

ность T -сходных слов, которая начинается словом x и заканчивается словом y . Докажите, что U — отношение эквивалентности.

☞ - , : !

Задача 1.48. Докажите, что отношение $U(x, y)$ (см. предыдущую задачу) является необходимым условием для $T(x, y)$.

Задача 1.49. Придумайте аналогичные примеры на отношение толерантности.

Задача 1.50. Собрались как-то Макогонов, Михальчишин, Магеррамов, Мейстер, Минасян и Макарычев выяснить, кто из них самый сильный гроссмейстер на букву «М». Результат их однокругового турнира представлен в виде матрицы $\|m_{ij}\|$ отношения R : «в сыгранной партии шахматист a_i победил соперника a_j » (упорядочение алфавитное). Определите итоги микротурнира, составьте «классическую» турнирную таблицу. Каков процент результативных партий?

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Делимость. $n \geq 2$ a, b — сравнимыми по модулю n ($a \equiv b \pmod{n}$), $|a - b| \vdots n$ ($(a - b)/n \in \mathbb{Z}$).

Задача 1.51. Пусть $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Докажите, что сравнимость по модулю n является отношением эквивалентности на \mathbb{Z} .

Задача 1.52. Докажите, что отношение «быть $\frac{\text{кратным } (m|n)}{\text{делителем } (m|n)}$ » транзитивно.

Пример 1.16. Видеоредактор XviD4PSP показывает 517-й кадр. По настройкам программы нажатие клавиши «→» показывает следующий кадр, а нажатие «R» проматывает на 20 кадров вперед.

За какое минимальное число нажатий можно достичь кадра с номером 1374?

Решение. Очевидно, следует как можно ближе продвинуться к нужному кадру «большими» шагами, а остаток домотать единичными.

- ▶ Число семимильных шагов: $[(1374 - 517) : 20] = 42$;
- ▶ Число единичных шагов: $(1374 - 517) \bmod 20 = 17$.

Таким образом, деление с остатком, казалось, навеки забытое с третьего класса, дает решение задачи.

9: а) $(-\infty; -7) \cup (11; \infty)$, б) $(-\infty; -4) \cup \{4\} \cup (11; \infty)$, в) $[-4; 4) \cup (4; 11]$, г) $[-4; 4]$, д) $[-7; 4) \cup (4; 11]$, е) $[-7; -4) \cup [4; 7]$;

10: а) $(-\infty; -10) \cup (19; \infty)$, б) $(-\infty; -9) \cup \{9\} \cup (19; \infty)$, в) $[-9; 9) \cup (9; 19]$, г) $[-9; 9]$, д) $[-10; 9) \cup (9; 19]$, е) $[-10; -9) \cup [9; 10]$.

1.20. 1) 457; 2) 609; 3) 381; 4) 343; 5) 286; 6) 485; 7) 303; 8) 647; 9) 364; 10) 624.

1.21. 1) 5%; 2) всего 11 чел., 3 чел. — англ. язык, 1 чел. — фр. язык; 3) 30 студентов; 4) нем. язык изучали 53 чел.; 5) 3 чел.; 6) 10 чел.; 7) 5%; 8) 20%; 9) 5%; 10) есть.

1.23. 1) $A \cup B = [-5, 9]$; 2) $A \cap B = (2, 4)$; 3) $\overline{A \cup B} = (-\infty, -5) \cup (9, \infty)$; 4) $\bar{A} \cup B = (-\infty, -5) \cup (2, \infty)$; 5) $\bar{A} \cup \bar{B} = (-\infty, 2] \cup [4, \infty)$; 6) $\bar{A} \cap \bar{B} = (-\infty, 2] \cup [4, \infty)$; 7) $A \cap \bar{B} = [-5, 2]$; 8) $\bar{A} \cap \bar{B} = (-\infty, -5) \cup (9, \infty)$; 9) $\bar{A} \cap B = [4, 9]$; 10) $A \triangle B = [-5, 2] \cup [4, 9]$.

1.50. Процент результативных партий — 60%. Турнирная таблица имеет вид:

№	Гроссмейстер	1	2	3	4	5	6	Очки	Место
1	Магеррамов		1	$1/2$	0	1	$1/2$	3	II
2	Макарычев	0		1	$1/2$	1	0	$2\frac{1}{2}$	III
3	Макогонов	$1/2$	0		1	$1/2$	$1/2$	$2\frac{1}{2}$	IV
4	Мейстер	1	$1/2$	0		0	0	$1\frac{1}{2}$	VI
5	Минасян	0	0	$1/2$	1		$1/2$	2	V
6	Михальчишин	$1/2$	1	$1/2$	1	$1/2$		$3\frac{1}{2}$	I

При равенстве очков решает личная партия, потом количество побед. Поздравляем победителя этого виртуального турнира — Михальчишина. Самыми бескомпромиссными стали Макарычев и Мейстер, завершившие вничью лишь по одному поединку.

1.55. Предполагая, что студентам одной группы зачетные книжки выписывались по порядку, т.е. их номера распределены равномерно (или случайно), — номер варианта устанавливать по последнему номеру зачетки.

1.56. $N_{\text{варианта}} = N_{\text{зачетки}} \bmod 9$.

1.62. 1) сюръективный, но не инъективный; 2) биективный, $R^{-1}: y = \sqrt[3]{x} - 7$; 3) инъективный, $y = \ln x$; 4) биективный, $y = (x - 4)/5$; 5) сюръективный, но не инъективный, $R^{-1}: y = \sqrt{x} + 7$; 6) сюръективный, но не инъективный; 7) биективный, $R^{-1}: y = e^x$;